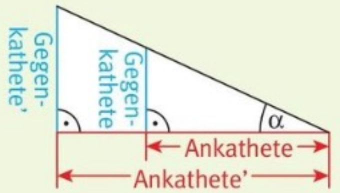
# Sinus, Kosinus, Tangens | Trigonometrie

Zwei Dreiecke sind zueinander ähnlich, wenn

- sie in zwei Winkeln (und nach dem Winkelsummensatz damit auch im dritten) übereinstimmen.
- alle Seitenlängen mit dem gleichen Faktor k vergrößert/verkleinert sind.
- die Verhältnisse einander entsprechender Seitenlängen gleich sind.

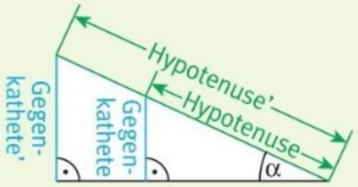
Damit gilt: $k = \frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{c_2}{c_1}$ bzw. auch: $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$; $\frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2}$; $\frac{b_1}{c_1} = \frac{b_2}{c_2}$




In ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken ist bei gleichem Winkel α das Verhältnis der Längen von Gegenkathete zur Ankathete von α stets gleich. Man bezeichnet diesen Quotienten als **Tangens des Winkels α (tan α)**.

$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

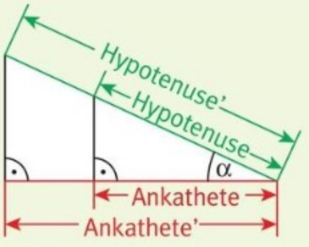
tan α sprich: „Tangens von α“ oder „Tangens α“




In ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken ist bei gleichem Winkel α das Verhältnis der Längen von Gegenkathete von α zur Hypotenuse stets gleich. Man bezeichnet diesen Quotienten als **Sinus des Winkels α (sin α)**.

$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

$\sin 44{,}5° \approx 0{,}7 = \frac{7}{10} = \frac{14}{20} = \ldots$



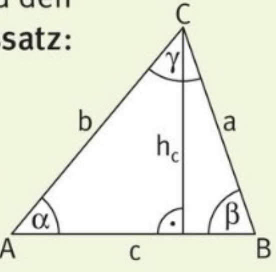

In ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken ist bei gleichem Winkel α das Verhältnis der Längen der Ankathete von α zur Hypotenuse stets gleich. Man bezeichnet diesen Quotienten als **Kosinus des Winkels α (cos α)**.

$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

$\cos 36{,}8° \approx 0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{16}{20} = \ldots$

# Sinussatz | Trigonometrie

Für ein allgemeines Dreieck ABC mit den Seiten a, b und c und den jeweils gegenüberliegenden Winkeln $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$ gilt der **Sinussatz:**

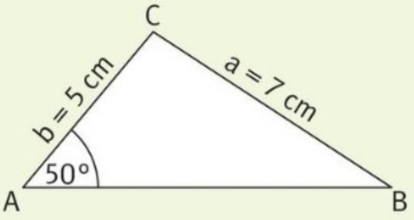



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

Durch Umformen dieser Verhältnisgleichungen erkennt man, dass das Verhältnis der Sinuswerte zweier Winkelgrößen gleich dem Verhältnis der Längen der beiden gegenüberliegenden Seiten ist:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{a}{c} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{b}{c}$$

geg.: b = 5 cm; a = 7 cm; $\alpha = 50°$ ges.: $\beta$; $\gamma$; c




1. $\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\alpha}{a} \Leftrightarrow \sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$

   $\sin\beta = 5\text{ cm} \cdot \frac{\sin 50°}{7\text{ cm}} \Rightarrow \beta \approx 33°$

2. $\gamma = 180° - 50° - 33° = 97°$

3. $\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha} \Leftrightarrow c = \sin\gamma \cdot \frac{a}{\sin\alpha} = \sin 97° \cdot \frac{7\text{ cm}}{\sin 50°} \approx 9{,}1\text{ cm}$